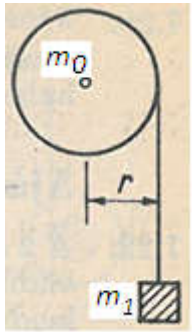


8-Forgó mozgás



.M1) Az r sugarú, m_0 tömegű, tömör henger súrlódásmentes csapágyban vízszintes tengely körül foroghat. A hengerre elhanyagolható tömegű fonalat csavarunk, melynek szabad végére m_1 tömegű testet függesztünk.

a.) Mekkora a henger szöggyorsulása, a lógó tömeg gyorsulása, a kötélerő, a csigát tengelyét tartó

erő? $\left[\beta = \frac{m_1}{m_1 + \frac{1}{2}m_0} \frac{g}{r}; \quad a = \frac{m_1}{m_1 + \frac{1}{2}m_0} g; \quad K = \frac{\frac{1}{2}m_0}{m_1 + \frac{1}{2}m_0} m_1 g; \quad T = \frac{3m_1 + m_0}{2m_1 + m_0} m_0 g \right]$

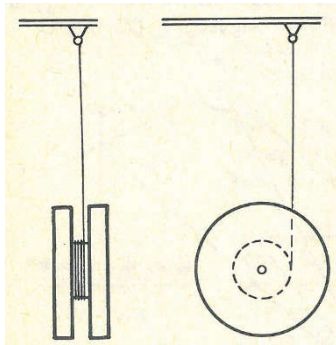
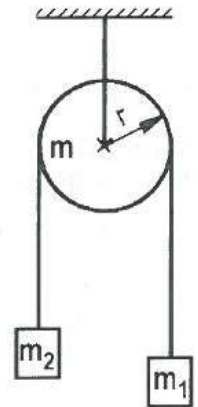
b.) Mi történik, ha m_0 egyre kisebb lesz? ($a \rightarrow g$)

c.) Mekkora legyen a tömegarány, hogy $g/2$ legyen a süllyedő test gyorsulása? ($2m_1 = m_0$)

.2) a.) Mekkora a testek gyorsulása? ($a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m} g$)

b.) Mi történik, ha m egyre kisebb lesz? ($a \rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$)

c.) Legyen $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m = 4$ kg? ($a = -g/5$, a felvett iránnyal ellentétes)



.M3) A „jojó” a fonalon lecsavarodik. A fonál r sugarú hengerről csavarodik le, melynek tömege elhanyagolható. a nagy tárcsák együttes tömege m , sugaruk R .

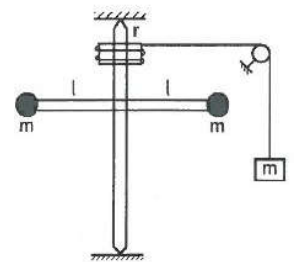
a.) Írjuk le a jojó mozgását, és határozzuk meg a fonalat feszítő erőt!

$$\left[a = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2 + 1} g; \quad K = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2 + 1} mg \right]$$

b.) Vizsgáljuk Legyen $R \gg r$ esetét ($a, \beta \rightarrow 0$; $K \rightarrow mg$)

c.) Figyeljük meg, mit csinál a jojó a legfelső pontban: Felfelé haladva a tengelyének állása nem változik, a felső holtponton tengelye vízszintes síkban megpördül, majd lefelé indulva ismét azonos marad a tengelyállás. Miért? (p.m.)

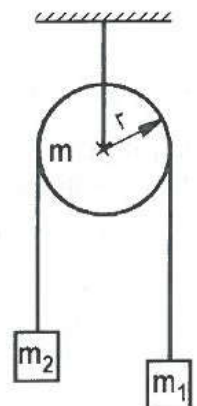
.4) Az ábrán vázolt elrendezésben a zsinór, a vízszintes rúd, a tengely a forgódobbal, valamint a csiga elhanyagolható tömegűek. A tengelyen fellépő súrlódástól eltekintünk. Mekkora gyorsulással süllyed a zsinór végére akasztott test? ($\frac{g \cdot r^2}{2l^2 + r^2}$)



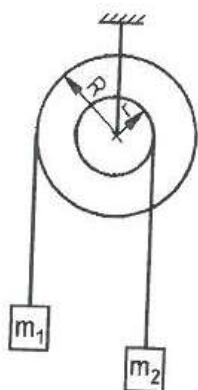
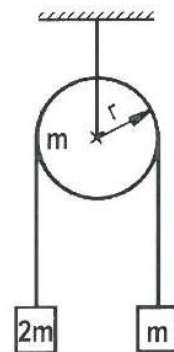
.5) 0,5 m sugarú, 26 kg tömegű tömör hengeren átvett fonal végén testek lógnak, amelyeknek együttes tömege 12 kg. A testeket elengedve a henger $3,2 \frac{1}{s^2}$ szöggyorsulással indul el. A kötélen nem csúszik meg, a tömör henger tehetetlenségi nyomatéka $0,5 \text{ mr}^2$.

a.) Mekkora a két test tömege külön-külön? (4 kg; 8 kg)

b.) Az indulástól számított 3 s múlva mennyi az összes mozgási energia? (288 J)



.6) Mekkora a rendszerben a hasábok gyorsulása és mekkora erő hat a mennyezetre? A fonál nem nyúlik, tömege elhanyagolható és a csigán nem csúszik meg. ($a = \frac{2}{7} g$; $K = \frac{26}{7} mg$)



.7) R sugarú, m tömegű korong kerületére csavart fonál szabad végére m_1 , a koronghoz erősített elhanyagolható tömegű r sugarú tárcsa kerületére csavart fonál végére m_2 tömegű testet helyeztünk.

.a) Mekkora a testek gyorsulása, és mekkora erők feszítik a fonalat ha $m_1 = m_2 = m$, és $R = 2r$?

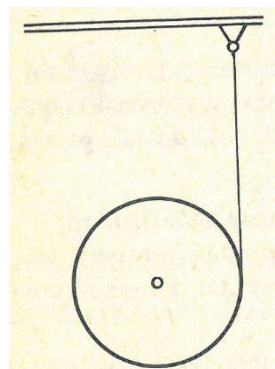
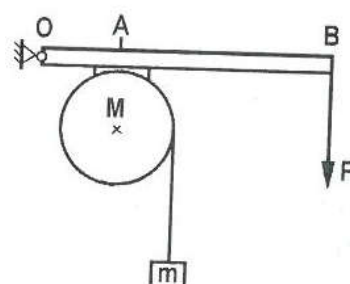
$$(a_1 = \frac{2}{7} g; a_2 = \frac{1}{7} g; K_1 = \frac{5}{7} mg; K_2 = \frac{8}{7} mg)$$

.b) Legyen $R=3r$ és $m=m_1$. Mekkora legyen az m_2 tömeg, hogy a bal oldali m_1 -es tömeg *felfelé* g gyorsulással gyorsuljon? ($m_2=11,25 m$)

.8) Az $M = 60$ kg tömegű tömör henger vízszintes tengelyen foroghat. A hengerre csavart fonalon $m = 50$ kg tömegű teher lóg. A henger forgását a hozzászorított $\overline{OB}$ emelőrúddal fékezzük, ahol a súrlódási együttható $0,25$. Az emelőrúd végét $F = 400$ N erővel szorítjuk le. $\overline{OB} = 3 \overline{OA}$.

.a) Mekkora gyorsulással süllyed az m tömegű test? ($2,5 m/s^2$)

.b) A helyzeti energiaváltozás hány százalékából lesz mechanikai (mozgási) energia? (40%)



.9) Az R sugarú, m tömegű korong kerületére csavart fonál végét rögzítjük, majd a korongot elengedjük.

.a) Írjuk le a korong mozgását! ($a = 2g/3$; $K = mg/3$)

.b) Mekkora a korong szögsebessége és középpontjának v sebessége, ha a korong kezdősebessége nélkül indult és mozgása során a korongról l hosszúságú fonáldarab csavarodott le?

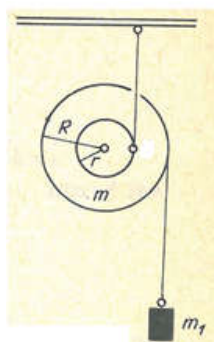
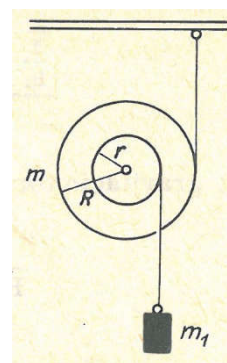
$$(v = \sqrt{\frac{4}{3} lg})$$

.10) R sugarú, m tömegű korong kerületére csavart fonál szabad végét felfüggesztjük. A koronghoz erősített elhanyagolható tömegű r sugarú tárcsa kerületére csavart fonál végére m_1 tömegű testet függesztünk (mindkét fonál a korong középpontjának ugyanazon oldalán van). A rendszer függőleges síkban mozoghat.

.a) Írjuk le a rendszer mozgását, ha $R = 2r$, $m = 4m_1$. [$A = \frac{18}{25} g$ és $a = \frac{9}{25} g$]

.b) Lehetséges-e olyan tömegarányt és sugárárányt választani, hogy a henger a kótelén *felfelé* gyorsuljon? (**nem**)

.c) Mekkora a henger gyorsulása $R=2r$ esetén, ha m_1 sokkal nagyobb m -nél? ($A \rightarrow 2g$)



.11) Az R sugarú m tömegű koronghoz erősített elhanyagolható tömegű, r sugarú tárcsa kerületére csavart fonalat felfüggesztjük. A korong kerületére csavart másik fonál végére m_1 tömegű testet függesztünk. Mindkét fonál a korong középpontjának ugyanazon oldalán van. Mekkora a henger és a lógó tömeg gyorsulása?

.a) Legyen: $R = 2r$ és $m_1 = 2m$, ($A = -g/5$; $a = g/5$, a henger felfelé, a test lefelé gyorsul)

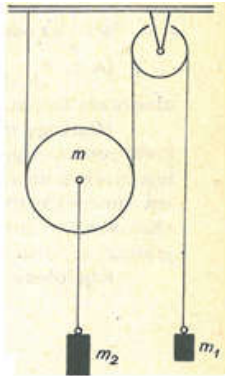
.b) Legyen $R = 2r$ és $m_1 = \frac{1}{3}m$. ($A = g/5$; $a = -g/5$, a henger lefelé, a test felfelé gyorsul)

.c) Sanyi szerint ez a feladat ugyanúgy oldható meg, mint az előző, hiszen most a fonálerő karja és a kötélérő karja cserélődött fel, így csupán R és r értékeit kell felcserélni, hogy a mostani egyenleteket megkapjuk.

Emiatt az előző feladat megoldásainál is csak R és r felcserélését kell elvégezni, tehát a mostani megoldás:

$$\beta = \frac{(m_1+m)r-m_1R}{3mr^2+2m_1(r-R)^2} \cdot 2g; \quad A = \frac{(m_1+m)r-m_1R}{3mr^2+2m_1(r-R)^2} \cdot 2gr.$$

Ezen általános megoldás képleteibe helyettesítve azonban sehogy sem jönnek neki ki azok az eredmények, amiket az a.) és b.) feladatban kaptunk. Vajon mi a hiba a gondolatmenetében?



.12) Mozgócsiga függőleges síkban mozoghat. A függesztő fonál szabad végét állócsigán vezetjük keresztül és fonál végére m_1 tömegű testet függesztünk. Az m tömegű, R sugarú mozgócsigára m_2 tömegű terhet függesztünk. (Az állócsiga és a fonál tömegétől eltekintünk, a fonálszakaszok mind függőlegesek, a fonál a csigán nem csúszik.) Írjuk le a rendszer mozgását és adjuk meg a fonál egyes szakaszait terhelő erőket! Legyen $m_1 = 7$ kg, $m_2 = 6$ kg, $m = 4$ kg. ($a_1 = 2$ m/s² lefelé, $a_2 = 1$ m/s² felfelé. Kötélérők: 56 N, 66 N, 54 N)

.M13) Az r sugarú, m tömegű, tömör hengert a tengelyre kötött fonál segítségével F erővel húzzuk? Mekkora a gyorsulása, szöggyorsulása, és a fellépő súrlódási erő?

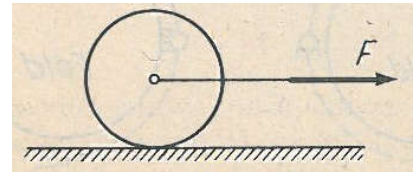
a) Nincs súrlódás. ($F/m; 0; 0$)

b) Van súrlódás, de tisztán gördül. $\left[\frac{2F}{3m}; \frac{2F}{3mr}; \frac{1}{3}F \right]$

c) Legfeljebb mekkora lehet az F húzóerő, hogy a talajon ne csússzon meg? ($3\mu_0 mg$)

d) Mi történik $F = 4\mu_0 mg$ esetén? (csúszik, $a = 3\mu g$; $\beta = 2\mu g/r$)

e) Pontosán számoljuk ki minden egyes ható erő munkáját, és ellenőrizzük a munkatételt, miközben a tengely s úton gördülve elmozdul. Mi a szerepe az energiaátalakulások során a súrlódási erőnek, ha a henger nem csúszik meg?



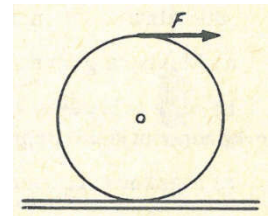
.M14) Legyen $R = 5$ cm, $m = 1$ kg, $\mu_0 = 0,3$.

a) Legfeljebb mekkora vízszintes F erővel lehet húzni az m tömegű, R sugarú hengert az μ_0 tapadási súrlódási együtthatójú talajon, hogy ne csússzon meg? (9 N)

b) Mekkora a tömegközéppont gyorsulása a maximális húzóerő esetén? (12 m/s²)

c) Milyen módon nyilvánul meg a súrlódási erő hatása a tömegközéppont gyorsításánál?

d) A mozgás során ható erők munkavégzését számoljuk ki, ellenőrizzük a munkatételt a mozgás egy szakaszán!

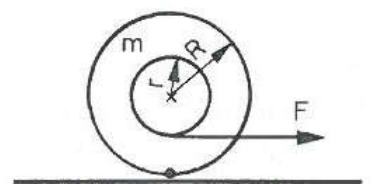


.15) Vízszintes asztallapon álló m tömegű koronghoz erősített elhanyagolható tömegű tárcsa kerületére csavart fonalat vízszintes irányban F erővel húzzuk, miközben tisztán gördül. A korong sugara R , a tárcsa sugara r . A fonalat a korong középpontja alatt húzzuk.

a) Mekkora gyorsulással mozog a korong középpontja? $\left[a = \frac{2F}{3m} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \right]$

b) Mekkora a súrlódási erő? $\left[S = \frac{F}{3} \left(1 + 2 \frac{r}{R} \right) \right]$

c) Legalább mekkora tapadási súrlódási együttható szükséges? $\left[\mu_0 \geq \frac{F}{3mg} \left(1 + 2 \frac{r}{R} \right) \right]$



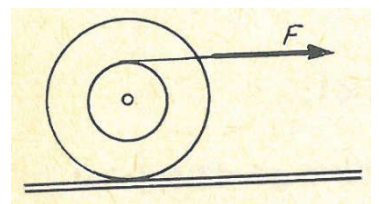
.16) Ugyanaz a feladat, más elrendezésben!

a) Mekkora gyorsulással mozog a korong középpontja? $\left[a = \frac{2F}{3m} \left(1 + \frac{r}{R} \right) \right]$

b) Mi a talaj és a korong között fellépő súrlódási erő szerepe a korong középpontjának gyorsításánál? $\left[S = \frac{F}{3} \left(1 - 2 \frac{r}{R} \right) \right]$

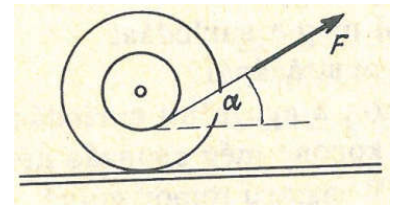
c) Mekkora μ_0 súrlódási együttható szükséges ahhoz, hogy a korong a talajon csúszás nélkül gördülhessen? $\left[\mu_0 \geq \frac{F}{3mg} \left| 1 - 2 \frac{r}{R} \right| \right]$

d) Mi történik $2r = R$ esetén?



.17)

.a) Oldjuk meg a feladatot az általános esetben, ha a fonál a vízszintessel α szöget zár be, és a húzóerő nem túl nagy és az orsó nem csúszik a talajon! (A kicsi tárcsa tömege elhanyagolható, a két henegr sugara r és R .) Diszkutáljuk a megoldást α változtatásával. $\left[a = \frac{2F}{3m} \left(\cos\alpha - \frac{r}{R} \right); S = \frac{F}{3} \left(\cos\alpha + 2\frac{r}{R} \right) \right]$



.b) Végezzük el egy orsóval a fenti kísérletet. Próbálkozzunk kicsi és nagy szögekkel is. Próbáljuk a fonalat olyan irányba húzni, hogy az orsó nem gördüljön az asztalon! Figyeljük meg ez esetben, hogy a fonál iránya hol metszi az asztal síkját, majd ez alapján adjunk magyarázatot arra, miért nem gördül ilyenkor a henger!

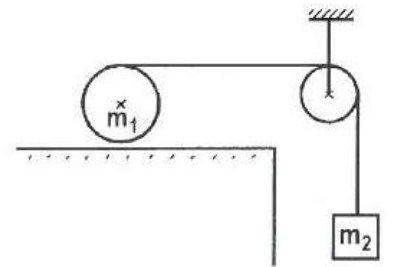
.18) Az ábrán látható elrendezésben az m_1 tömegű henger és az asztal között olyan a tapadási súrlódás, hogy a henger tisztán gördül. A csiga és a kötélt tömege elhanyagolható.

.a) Mekkora a henger és az m_2 tömegű test gyorsulása?

$$(a_1 = \frac{4m_2}{8m_2+3m_1}g; a_2 = \frac{8m_2}{8m_2+3m_1}g)$$

.b) Mekkora a kötélt által kifejtett erő? ($K = \frac{3m_1m_2g}{8m_2+3m_1}$)

.c) Milyen m_1/m_2 tömegarány esetén nem csúszik meg a henger, ha $\mu_0=0,12$, illetve $\mu_0=0,2$? ($\frac{m_1}{m_2} \geq \frac{1}{9}$; bármilyen)



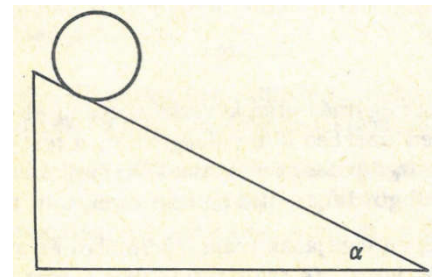
.M19) Az α hajlásszögű súrlódásos lejtőn csúszás nélkül gördül le R sugarú, m tömegű korong, abroncs és golyó.

.a) Melyik ér le előbb? (golyó)

.b) Melyik ér le a legnagyobb sebességgel? (golyó)

.c) Melyik csúszik meg először, ha a lejtő hajlásszögét növelni kezdjük? (abroncs)

.d) Legyen $\mu_0=0,6$. Adjunk meg olyan hajlásszöget, amelynél a golyó és a korong közül az egyik megcsúszik, a másik nem. ($60,9^\circ$ és $64,5^\circ$ között)



.A) A fenti kérdésekre válaszoljunk úgy, hogy a mozgás egyenletrendszeréből meghatározzuk a gyorsulást és a súrlódási erőt!

.B) Adjunk választ a fenti .a-c) kérdésekre csupán az energiákat és a munkákat számolva is!

.20) Lejtősen állított két párhuzamos sín közé tengellyel ellátott korongot helyezünk. A tengely a súrlódásos síneken csúszás nélkül gördül. A korong sugara R , tömege m . A tengely sugara r , tömege a korong tömegéhez képest elhanyagolható.

.a) Mekkora a korong gyorsulása? ($\frac{r^2}{2r^2+R^2}g\sin\alpha$)

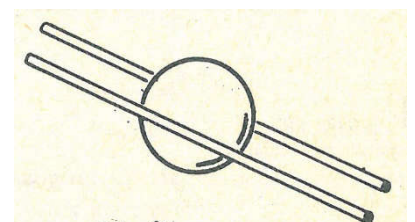
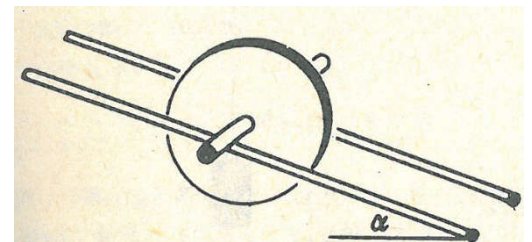
.b) A tengely és a sínek között a nyugalmi súrlódási együttható μ_0 . Mekkora lehet a lejtő hajlásszöge, hogy a korong még csúszás nélkül gördüljön? $\left[\tan\alpha \leq \mu_0 \left(1 + \frac{2r^2}{R^2} \right) \right]$

.c) $R = kr$ esetén mekkora lenti sebességet ér el a h magasságból kezdősebesség nélkül induló korong? $\left(2\sqrt{\frac{hg}{2+k^2}} \right)$

.21) Lejtősen állított párhuzamos sínek közé golyót helyezünk, melynek átmérője nagyobb, mint a sínek egymástól való d távolsága. A golyó a síneken csúszás nélkül gördül.

.a) Mekkora a golyó gyorsulása és az érintkezési pontokban ható súrlódási erők?

$$\left[a = \frac{20R^2-5d^2}{28R^2-5d^2}g\sin\alpha, S = \frac{4R^2}{28R^2-5d^2}mg\sin\alpha \text{ pontonként} \right]$$



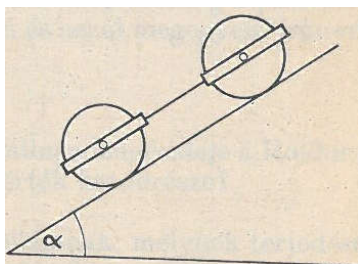
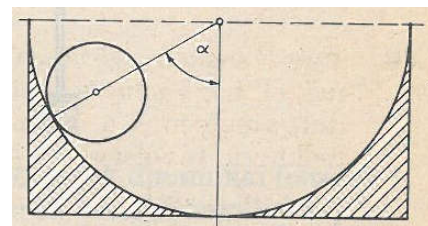
.b) Mi a tiszta gördülés feltétele? $\left(\text{tg} \alpha \leq \mu_0 \frac{28-5\left(\frac{d}{R}\right)^2}{4\sqrt{4-\left(\frac{d}{R}\right)^2}} \right)$

.c) A sík lejtőn leguruló golyó esetét a fenti feladattól $d=0$ speciális esetben megkapjuk. Ezért vegyük a fenti feladat eredményeit $d=0$ -ra. Ezután oldjuk meg a síkon le gördülő golyó mozgásának egyenletrendszerét, és ellenőrizzük, hogy ugyanazon eredmények jöttek-e ki! **(igen)**

.22) R sugarú, henger alakú vályúban az $\alpha = 60^\circ$ -os helyzetből elindul egy $r = R/4$ sugarú tömör henger, és csúszás nélkül gördül.

a) Mekkora lesz súlypontjának sebessége a vályú aljában? $(\sqrt{gr/2})$

b) Mekkora erővel nyomja a vályú alul? **(5/3mg)**



.23) Rúddal összekapcsolt két görgő gördül le a lejtőn, amely 45° -os szöget alkot a vízszintessel. A görgők tömege és sugara azonos. A görgőkeretek, valamint a rúd tömegét figyelmen kívül hagyhatjuk. Az első görgő tömör henger, a második üres (vékony falú cső). Legalább mekkora legyen a tapadó súrlódási együttható ahhoz, hogy a görgők csúszás nélkül gördüljenek? **(min. 0,04)**

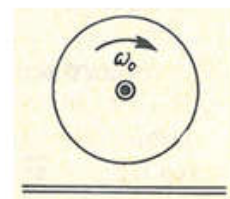
M24) Egy R sugarú, m tömegű tekegolyót v_0 kezdősebességgel úgy löknek el, hogy nem hozzák forgásba. A golyó a pályán csúszva indul, amelyen μ a csúszási súrlódási együttható. Az indulástól mekkora távolságban kezd a golyó tisztán gördülni? $\Theta = \frac{2}{5} m R^2$. **($s = \frac{12v_0^2}{49\mu g}$)**

.25) Tengely körül forgatható korongot (pl. kerékpár első kerekét) tengelye körül ω_0 sebességgel forgásba hozunk. A tengelyét vízszintes helyzetben tartjuk úgy, hogy a kerék a talajt nem érinti. Ezután a korongot óvatosan vízszintes talajra engedjük. (A talajtéréskor a tengelyt elengedjük.) A korong a talajon kezdetben csúszva, később tisztán gördül.

a) Magyarázzuk meg mi módon jut a tömegközéppont haladó sebességhez?

b) Mekkora v sebességet ér (érhet) el a tömegközéppont? **($R\omega_0/3$)**

c) Mi a szerepe az energiaátalakulások során a (csúszási) súrlódási erőnek?



.26) R sugarú m tömegű abroncsot („hullahopp-karikát”) függőleges síkban, a talaj fölött, középpontja körül ω_0 szögsebességgel „visszafelé” megforgatva úgy dobunk el, hogy középpontjának sebessége az eldobás irányában v_0 .

a) Mi történik?

b) Mennyi idő múlva lesz tiszta gördülés? **($(v_0 + R\omega_0)/(2\mu g)$)**

c) Mekkora ω_0 -val érhető el, hogy az abroncs a talajt érés utáni mozgása során visszaforduljon (visszafelé haladjon)? **($\omega_0 > v_0/R$)**

d) Mekkora ω_0 esetén fog az eldobással *megegyező nagyságú* sebességgel visszatérni az eldobóhoz? A visszaérkezéshez képest előbb vagy utóbb kezdődik a tiszta gördülés? **($\omega_0 = 3v_0/R$, pont akkor)**

e) Vizsgáljuk az energiaváltozásokat és a tiszta gördülés kialakulásáig!

.M27) Az m tömegű $L = 0,5$ m hosszú egyenletes keresztmetszetű rudat, amely vízszintes tengely körül forgatható, az ábrán látható módon fonállal vízszintes helyzetben rögzítjük, majd a fonalat elvágjuk.

a) Elvágás után mekkora a rúd végének gyorsulása? **($3g/2$)**

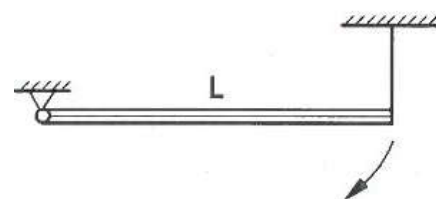
b) Elvágás után mekkora erővel nyomja a tengelyt a bal vég? **($mg/4$)**

c) Mekkora a tengelyt nyomó erő, amikor a rúd α szöget zár be a vízszintessel?

$$\left(C = \frac{1}{4} mg \sqrt{100 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \right)$$

d) A rúd mely helyzetében lesz a csuklóerő $2mg$ nagyságú? **($52,9^\circ$)**

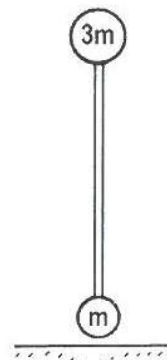
e) Mekkora a rúd végpontjának sebessége, amikor a rúd az egyensúlyi helyzeten áthalad? **($3,87$ m/s)**



.28) Súrlódásmentes talajon 80 cm hosszú pálca áll labilis egyensúlyi helyzetben. Az elhanyagolható tömegű pálca alsó végéhez m , a felső végéhez $3m$ tömegű pontszerű test van erősítve. Amikor a pálca eldől, alja elcsúszik, de közben az alsó test nem emelkedik fel az asztalról.

a.) Milyen távol van kezdeti helyzetétől az m tömegű test, amikor a $3m$ tömegű test a talajba ütközik? **(60 cm)**

b.) Mekkora és milyen irányú sebességgel ütközik a talajba a $3m$ tömegű test, és mennyi ekkor az m tömegű test sebessége? **(4 m/s, 0 m/s)**



.29) Egy 15 cm hosszú ceruzát hegyével az asztalra támasztva függőlegesen tartunk, majd elengedünk. Dőlés közben az alsó vége nem csúszik meg. A ceruza végpontján áthaladó, hosszára merőleges tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték $\frac{1}{3} ml^2$.

a.) Mekkora sebességgel csapódik az asztalra a ceruza másik vége? **(2,12 m/s)**

b.) Az álló ceruza mely pontja az, amely akkora sebességgel csapódik az asztalhoz, mintha a kezdeti magasságból szabadon esett volna? **(az álló ceruza felső harmadolópontja)**

c.) Hogyan dől el a gyárkémény, melyet úgy döntenek el, hogy egyik oldalán alul robbantást végeznek? Keressünk ilyen videókat a NET-en! Magyarázzuk meg a látottakat! **(dőlés közben általában eltörik)**

.30) Egy 15 cm hosszú ceruzát hegyével az asztalra támasztva függőlegesen tartunk, majd elengedünk. Az asztalon nincs súrlódás így az alsó vég *megcsúszik*, de fel nem emelkedik.

a.) Mekkora sebességgel csapódik a ceruza felső vége az asztalhoz? **(2,12 m/s)**

b.) *Indokoljuk, hogy az asztalról nem emelkedik fel a megcsúszó vég! (Nehéz feladat!)

c.) Mekkora lesz az asztalon lévő vég gyorsulása a becsapódáskor? **(3/2g a másik vég irányába)**

d.) *Lesz-e olyan helyzet, amikor az asztalon lévő vég gyorsulása 0? **(igen, $\alpha=37,8^\circ$ -nál)**

.M31) Egy $a \times a$ alapélű h magasságú m tömegű homogén téglatestet az asztallal párhuzamosan, a felső él középpontjában F erővel húzzuk.

Ne legyen súrlódás és legyen $h=2a$!

a.) Miért nem borul fel a kocka, ha a *kicsi* F erő hatására, annak ellenére sem, hogy a kocka középpontjára vonatkozóan van forgatónyomatéka a kicsi F erőnek is? **(?)**

b.) Felburul-e a kocka, ha $F=mg/3$? **(nem)**

c.) Mi a hiba az alábbi gondolatmenetben? „A felburulás *határhelyzetében* a T erő a tégl jobb alsó sarkánál hat. Ide választva a tengelyt, a határhelyzetei F' erő forgatónyomatéka $F'h$, amit az mg erő $mg a/2$ forgatónyomatéka kompenzál (T -nek most nincs forgatónyomatéka). Így $F' = \frac{mga}{2h} = \frac{mg}{4}$ a felborító erő. Mivel a mostatni $F=mg/3$ erő ennél nagyobb, a kocka felborul a csúszás közben!” **(?)**

Legyen most súrlódás és $\mu=\mu_0=0,3$!

d.) Mekkora lehet a test alakját jellemző h/a arány, hogy a test felboruljon még azelőtt, mielőtt megcsúszna? **(min. 5/3)**

e.) Szeretnénk, ha *kocka alakú* test esetén az megcsúszna, de csúszás közben nem borulna fel. Mekkora F húzóerőt alkalmazhatunk? **(0,3mg és 0,7mg között)**

f.) Szeretnénk, ha $h/a=2$ alakú test esetén az megcsúszna, de csúszás közben nem borulna fel. Mekkora F húzóerőt alkalmazhatunk? **(lehetetlen)**

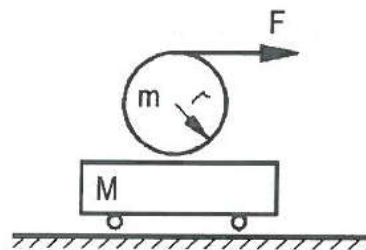
.32) Könnyen gördülő $M = 5$ kg tömegű kocsin $m = 10$ kg tömegű $r = 0,2$ m sugarú korong. A korong peremére vékony fonalat cséveltünk.

.a) Mekkora gyorsulással mozog a korong és a kocsi, ha a fonalat állandó, vízszintes $F = 100$ N erővel húzzuk és a kocsi, valamint a korong között a súrlódási együttható $\mu = 0,1$? (**11 m/s^2 és 2 m/s^2**)

.b) Mekkora a két test mozgási energiája 2 m hosszú fonál letékeredése után?

(**$E_{\text{kocsi}} = 2,222 \text{ J}$; $E_{\text{korong}} = 314,4 \text{ J}$**)

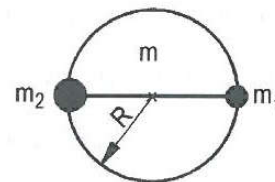
.c) Legfeljebb mekkora lehet a henger (középpontjának) a kocsihoz képesti relatív gyorsulása anélkül, hogy a henger megcsúszna a kocsin? (**8 m/s^2**)



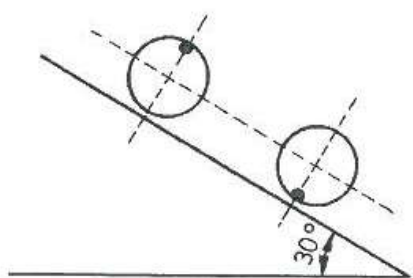
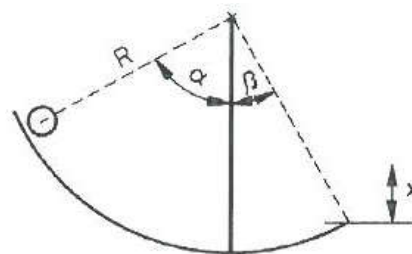
.33) Egy $R = 10$ cm sugarú, $m = 0,06$ kg tömegű tömör korong a középpontján átmenő és a korong síkjára merőleges vízszintes tengely körül súrlódásmentesen foroghat. A korong kerületére két átellenes pontban egy-egy pontszerű testet erősítettünk, amelyek tömege $0,02$ kg, ill. $0,03$ kg. Az ábra szerinti helyzetben a rendszert magára hagyjuk. A súrlódás elhanyagolható!

.a) Mekkora a korong szöggyorsulása az elindulás pillanatában? (**$12,5 \text{ 1/s}^2$**)

.b) Mekkora a pontszerű testeknek a mozgás során elért legnagyobb sebessége? (**$0,5 \text{ m/s}$**)



.34) Adott a negyedkörívből álló lejtő. $R = 1$ m, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Egy kis abroncs csúszás nélkül gördül le a bal oldali végéről. Milyen x magasságig emelkedik a lejtő elhagyása után? (**$4,58 \text{ cm}$**)

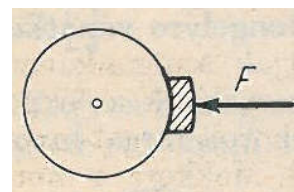


.35) A 30° -os hajlásszögű lejtőn lévő $0,6$ m sugarú, 4 kg tömegű abroncsra a lejtővel való érintkezési ponttal átellenben 4 kg tömegű testet erősítünk. Az abroncsot elengedjük, és az csúszás nélkül legördül.

.a) Mekkora a helyzeti energia csökkenése fél fordulat alatt? (**$117,0 \text{ J}$**)

.b) Mennyi ekkor az abroncsra erősített testnek, és mennyi az abroncs tömegközéppontjának a sebessége? (**0 ill. $5,41 \text{ m/s}$**)

.36) 50 kg tömegű, 50 cm sugarú korong szögsebessége 10 s^{-1} . Mekkora sugárirányú erővel kell a féktuskót a kerékhez szorítani, hogy 20 másodperc alatt lefékezzük azt, ha a féktuskó és a korong pereme között a súrlódási együttható $0,5$? (**$12,5 \text{ N}$**)



.37) Egy 2 kg tömegű, 20 cm sugarú tömör henger $120 \frac{1}{s}$ szögsebességgel forog a tengelye körül, $\Theta = \frac{1}{2} m r^2$.

.a) Legalább mekkora, a palástra ható, állandó erővel tudjuk a hengert 2 s alatt megállítani? (**12 N**)

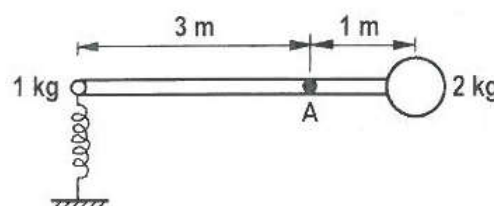
.b) Mekkora a henger a palást egy pontjának gyorsulása a henger megállása előtt $0,1$ s-mal? (**$13,99 \text{ m/s}^2$**)

.c) Mekkora munkavégzés szükséges a henger megállításához? (**-288 J**)

.38) Az ábrán látható rendszer elhanyagolható tömegű rúd, amelynek két végére egy-egy testet erősítettünk. A rendszer a rögzített A tengely körül súrlódás nélkül foroghat. A rúd vízszintes helyzetében a bal oldali testet egy 5 cm-rel összenyomott, $200 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ rugóállandójú rugón tartjuk. A testet elengedve a rugó a rendszert forgásba hozza.

.a) Számítsuk ki a forgásban lévő rendszer szögsebességének legkisebb értékét! (**$1,65 \text{ 1/s}$**)

.b) A rendszer legkisebb szögsebességű helyzetében mekkora és milyen irányú erő hat a rúdra az A pontban? (**$27,28 \text{ N}$**)

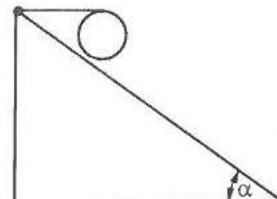


.39) Egy 0,4 kg tömegű, egyenletes tömegeloszlású 76 cm hosszú rúd egyik végén vízszintes tengelyhez van rögzítve, amely körül súrlódásmentesen foroghat a függőleges síkban. A labilis egyensúlyi helyzetben levő rúd elhanyagolható kezdősebességgel kibillen.

- a.) Mekkora a rúd szögsebessége akkor, amikor először halad át a vízszintes helyzeten? **(6,28 1/s)**
- b.) Mekkora a rúd szöggyorsulása ugyanakkor? **(19,7 1/s²)**
- c.) Milyen irányú erővel hat a tengely a rúdra ebben a pillanatban? **(9,46° a vízszinteshez)**

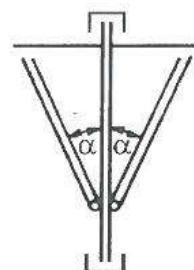
.40) A 0,4 kg tömegű és 5 cm sugarú homogén korongot a síkjába eső vízszintes fonállal rögzítjük az $\alpha = 36^\circ$ -os lejtőn. A fonál a koronghoz kapcsolódik, a korong a lejtőn nem csúszik meg.

- a.) Mekkora a fonálerő? **(1,300 N)**
- b.) Legalább mekkora tapadási súrlódási együttható szükséges? **(0,325)**
- c.) A fonál elvágása után mennyi idő alatt tesz meg a korong 5 m-nyi utat? **(1,597 s)**
- d.) Mekkora a korong tömegközéppontjára vonatkoztatott impulzusnyomatéka az 5 m út befutása után? **(0,0626 kg · m²/s)**



.41) A függőleges tengelyhez alsó végükön csuklósan rögzített $l = 0,4$ m hosszú rudak a tengellyel 30° -os szöget zárnak be az ábra szerint, miközben" állandó szögsebességgel egyenletesen forog a függőleges tengely körül. A felső rúdvégek kerületi sebessége 10 m/s.

- a.) Hányad részére csökken a rúdvégeknek a függőleges tengely körüli forgásból adódó kerületi sebessége, ha a rudak felső végét rögzítő fonalakat elégetjük, és kivárjuk, amíg a rudak vízszintes helyzetbe jutnak? **(2,5 m/s)**
- b.) Mekkora lesz a rúdvégek sebességének nagysága, a rudak vízszintes helyzetében? **(5,95 m/s)**



.42)** $r = 1$ m sugarú, $m = 5$ kg tömegű abroncs kerületére ugyancsak $m = 5$ kg tömegű nehezéket erősítettünk. Az abroncsot vízszintes síkra helyezzük. A súrlódás elhanyagolható. Kezdhelyzetben a nehezék legfelül van. Ekkor az abroncsot elengedjük.

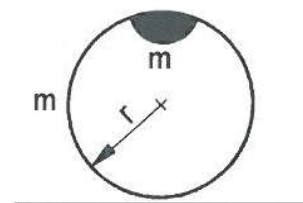
a.) Mekkora az abroncs tömegközéppontjának a gyorsulása, amikor a nehezék a középponttal egyező magasságban van? **(5 m/s² vízszintesen a kicsi tömeg felé)**

b.) Mekkora erővel nyomja ekkor az abroncs a talajt? **(75 N)**

c.) Oldjuk meg a feladatot úgy, hogy az abroncs tömege M , a kicsi testé m , és a talaj súrlódásmentes! Ezután ellenőrizzük, hogy $m=M$ az eredmények visszaadják-e az előző pontok eredményeit!

$$\text{[a középpont gyorsulása vízszintesen } \frac{2m^2}{(m+M)^2} g, \quad T = \frac{M(2m+M)}{m+M} g \text{]}$$

d.) Oldjuk meg a feladatot úgy, hogy mindkét tömeg m , de a talaj súrlódásos, viszont az abroncs nem csúszik meg! Mekkora lesz a vég helyzetben a középpont gyorsulása, mekkora a tartóerő, és legalább mekkora tapadási súrlódási együttható szükséges a folyamathoz? **($\frac{1}{2}g$; $\frac{7}{4}mg$; $\frac{2}{7}$)**



.43) A forgózsámoly fordulatszáma $5 \frac{1}{s}$ -ről $2 \frac{1}{s}$ -ra csökkent, mert egy 2 kg tömegű 30 cm átmérőjű, tömör nyugvó korongot helyeztünk rá.

- a.) Mennyi a számoly tehetetlenségi nyomatéka? **(0,015 kgm²)**
- b.) Mennyivel változott a rendszer összes forgási energiája, és mi a magyarázat ennek? **(-0,1125 J)**

.44) $R = 0,2$ m sugarú tömör hengert tengelyének végpontjaiban tücsapágnak tartanak. A henger palástján levő csavarvonalú pályán súrlódásmentesen lecsúszik egy test, amelynek tömege a henger tömegének ötöde. A csavarvonal menetmagassága $h = 0,2$ m.

- a.) Mekkora lesz a test sebessége az indulástól számított 0,2 m-es szintkülönbség megtétele után? **(1,69 m/s)**
- b.) Mennyi idő alatt éri el a test ezt a sebességet? **(2,49 s)**

